

ブラインド画像回復: 修正 Lucy 法 (その 5)

Blind deconvolution: modified Lucy-algorithm

福留治隆, 片山泰男 (ウィンボンド・エレクトロニクス (株))

Harutaka Fukutome, Yasuo Katayama (Winbond Electronics Corp. Japan)

平成 19 年 8 月 27 日

1 Landweber 法との違い

Henry Stark の "Image Recovery" ([50]) によると、 $g(x)$ を観測画像、 $k(x,s)$ を PSF、 $u(s)$ を未知の関数として Fredholm 第 1 種の積分方程式、

$$\int_a^b k(x,s)u(s)ds = g(x), (c \leq x \leq d)$$

は、一般に病的設定であり、解の存在性、唯一性、安定性が保証されない。内積の存在する線形空間において、 g : 観測ベクトル、 u : 推定ベクトル、 K : カーネル (コンパクト線形オペレータ) とすると、この方程式は、 $Ku = g$ となる。これを解く代わりに、 α を正の小さな値として、 $Ku + \alpha u = g$ (第 2 種の Fredholm 方程式) を解くとき、 α が、0 と K の固有値の符号反転でないとき唯一解、 $u = (K + \alpha I)^{-1}g$ が存在し (I は単位オペレータ)、次の Liouville-Neumann の漸化式 (又は Jacobi の方法 [53]) が存在する。

$$u^{(n+1)} = \alpha^{-1}(g - Ku^{(n)})$$

初期値は、 $u^{(0)} = 0$ でよい。この漸化式は、 α が大きくないと繰返しが発散し、現実の画像回復の問題に役に立つものではない。 $Ku = g$ を解くのに、Landweber は、 K^* を K の随伴 (共役) とし、 $K^*Ku = K^*g$ の両辺に u を加え、並べ変え、つぎの漸化式を得た。

$$u^{(n+1)} = K^*g + (I - K^*K)u^{(n)}$$

以上、[50] からの要約引用。右辺は、 K^* で括ると、

$$u^{(n+1)} = K^*(g - Ku^{(n)}) + u^{(n)}$$

となり、残差 $(g - Ku^{(n)})$ の転置 PSF フィルタ処理の累和を意味する。それに対し、Richardson-Lucy 法を同じ書式で書くと、線形演算でない / と * をそれぞれ画素毎の商と積として、

$$u^{(n+1)} = K^*(g/Ku^{(n)}) * u^{(n)}$$

であり、残比 $(g/Ku^{(n)})$ の転置 PSF フィルタ処理の累積を意味する。両者は、残差が小さいとき 1 次近似で等しいかということ、これを累和型に記述すれば、

$$u^{(n+1)} = K^*(g/Ku^{(n)} - i) * u^{(n)} + u^{(n)}$$

である。ここで、 K 、 K^* は、正規化されているとし、 $K^*i = i$ (i は成分が 1 のベクトル) を使った。

$$u^{(n+1)} = K^* \frac{(g - Ku^{(n)})}{Ku^{(n)}} * u^{(n)} + u^{(n)}$$

Lucy 法は、Landweber 漸化式の残差に、残差の大きさに係わらない比率 $*u^{(n)}/Ku^{(n)}$ を掛ける。そのため、両者は、残差 $g - Ku^{(n)}$ が小さいときも、その比率が掛かり等しくない。

Landweber 法は、漸化式がすべて線形処理であり非負の必要がない。それに対して、Lucy 法は、すべての値が非負である。そのため、Lucy 法は、推定 u と観測 g を確率密度関数、PSF K を条件確率 $P(g|u)$ として、Bayes の事後確率 (posteriori)、 $P(u|g) = \frac{P(g|u)P(u)}{P(g)}$ を直接に使った漸化式になっていると解釈できる。そのことが Landweber 法と比べて Lucy 法の優秀さをもたらしていると考えられる。

累加型における残差に対する上式の比率と同じく、Lucy 法の元の式の g に掛かる $*u^{(n)}/Ku^{(n)}$ も、Bayes 推定による機能説明ができる。全体に比率が掛かれれば、残差にも掛かるということである。

Landweber 法は、Gauss 統計における likelihood([52])、Lucy 法は、Poisson 統計における likelihood 関数の最適化という論文 ([51],[52],[53]) があるが、上記の論拠から、Lucy 法の PSF に何らの統計的前提を必要としないと思う。

1.1 単純デコンボリューションにおける Landweber 法との収束比較

単純とは、PSF を既知一定とするデコンボリューションである。Landweber 法と Lucy 法との比較実験を行った。オペラ座 1 の画像の彫像の右下にある光の筋を採取して PSF を設定し、その修正を行わない。この観測画像 (図 50(a) (左)) は、デコンボリューションが容易で、我々が初めて単純デコンボリューションとブラインド・デコンボリューションとに成功した画像である。

Landweber 法は、残差の PSF による分配によって実行され、

$$X'_{i-k,j-l} = X_{i-k,j-l} + (Y_{i,j}^0 - Y_{i,j}^r)PSF_{k,l}$$

Lucy 法は、残差の PSF と推定画素値の積による (フィルタ画素値による正規化を受けた) 分配、

$$X'_{i-k,j-l} = X_{i-k,j-l} + \frac{(Y_{i,j}^0 - Y_{i,j}^r)X_{i-k,j-l}PSF_{k,l}}{Y_{i,j}^r}$$

は、(残比 - 1) の PSF と推定画素値の積による分配によって実行できる。

$$X'_{i-k,j-l} = X_{i-k,j-l} + \left(\frac{Y_{i,j}^0}{Y_{i,j}^r} - 1\right)X_{i-k,j-l}PSF_{k,l}$$

Landweber 法よりも原始的な、残差を推定に累加する残差累加法を試した。est+= residual*0.05 100 回の結果を図 50(a)(右) に示す。

$$X'_{i,j} = X_{i,j} + (Y_{i,j}^0 - Y_{i,j}^r) * 0.05$$

デコンボリューションを、残差をどう推定に還元するかによって分類すると、残差を推定のその画素位置にだけ還元する方法が残差累加法であり、残差を推定に PSF によって分散して還元するのが、Landweber 法であり、さらに PSF だけでなく、残差の周辺の推定にも比例して分配するのが、Lucy 法である。

Landweber 法 (左) と Lucy 法 (右) との 20 回 (中) と 50 回 (下) の繰返し後の結果を図 50(b),(c) に示す。= 3 にした。Landweber 法においても収束をして、その推定画像は、観測画像よりも鮮鋭になる。画像中の壁のレリーフの再現は満足できるが、彫像の腕の上下両側の光の筋がいつまでも消えない。それに対して Lucy 法 (右) は、そのような欠点を伴わず、よりよい結果になっている。

図 50 (d),(e),(f) には、Landweber 法と Lucy 法を左右に並べて 10 回、100 回、1000 回の結果を示す。最初の 10 回から両者の違いは、明確であり、Landweber 法に比べて Lucy 法がより自然な回復を始めている。繰返し回数が増加するに従って細部が出て来るが、それに伴って粒状等のノイズ増加が伴う。100 回、1000 回においても両者の性質は変わらず、Landweber 法よりも Lucy 法が自然な回復をしている。

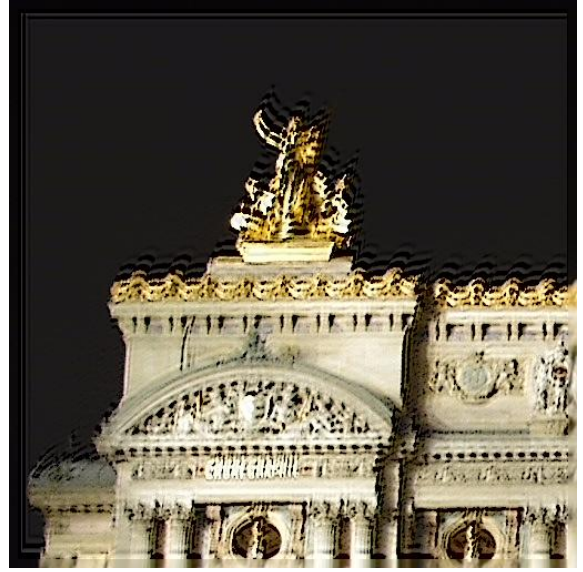
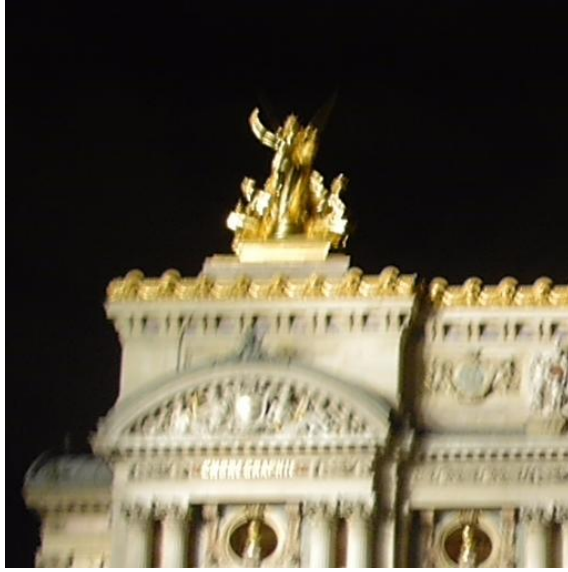


Fig.50(a) ”オペラ座 1” 観測画像 (左) と 残差累加法 (右) $est += residual * 0.05$ 100 回

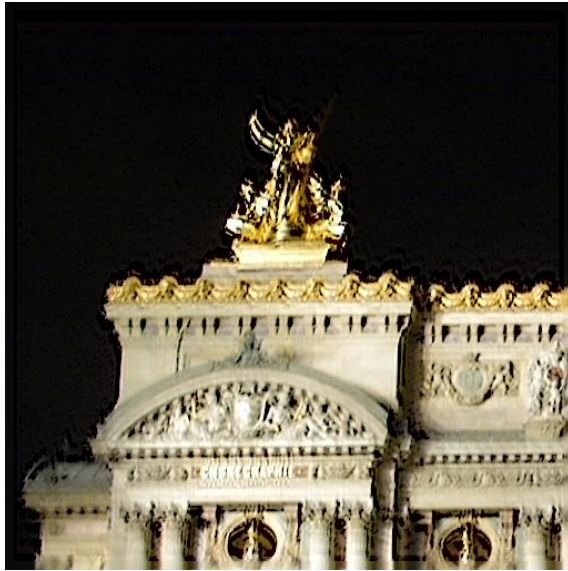


Fig.50(b) Landweber 法 (左) と Lucy 法 (右) のデコンボリューション比較、(20 回)

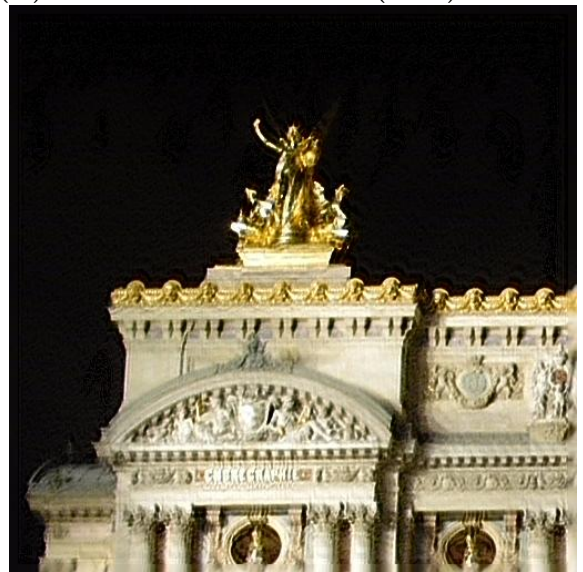
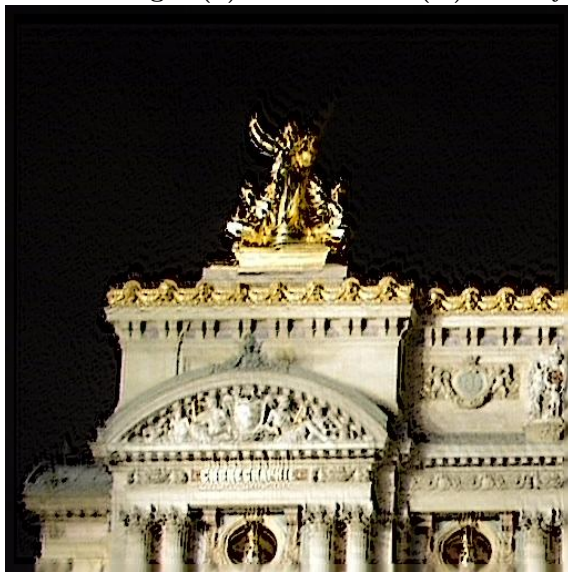


Fig.50(c) Landweber 法 (左) と Lucy 法 (右) のデコンボリューション比較、(50 回)

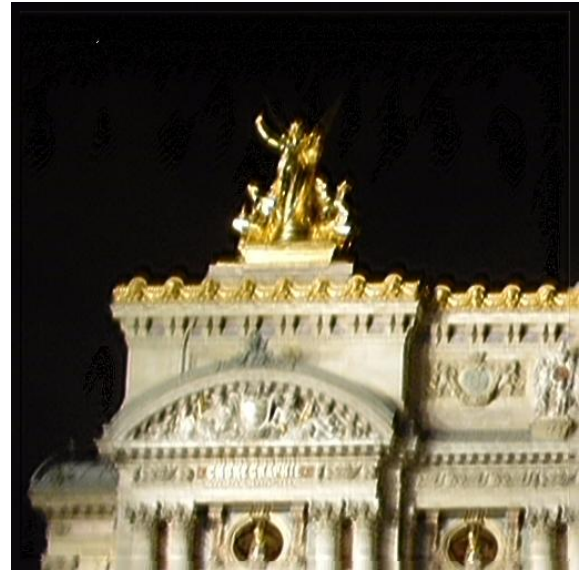
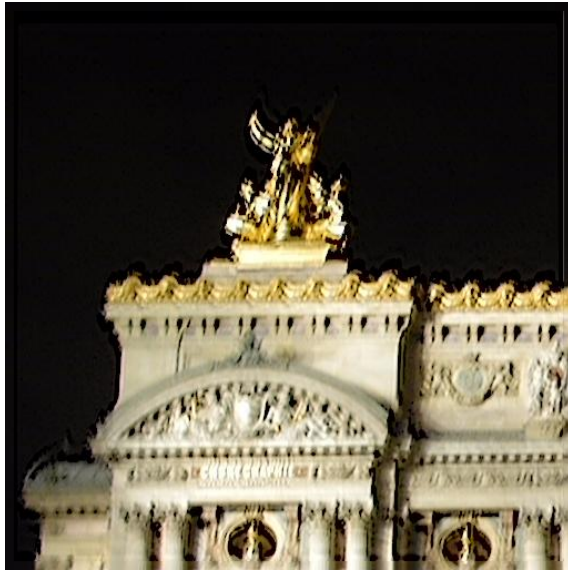


Fig.50(d) ”オペラ座 1” Landweber 法(左) と Lucy 法(右) 10 回

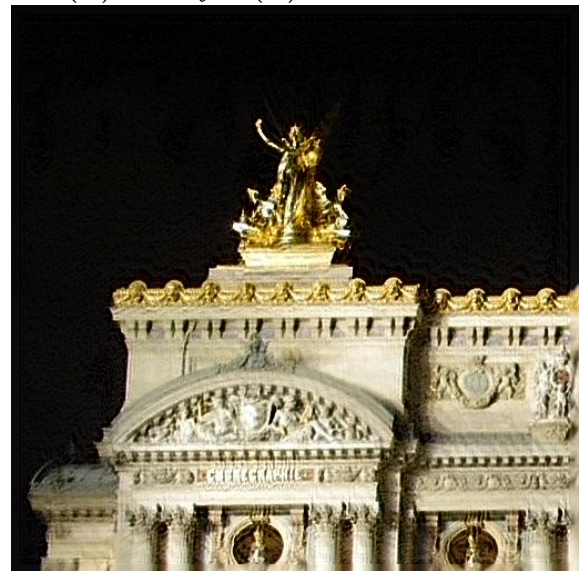
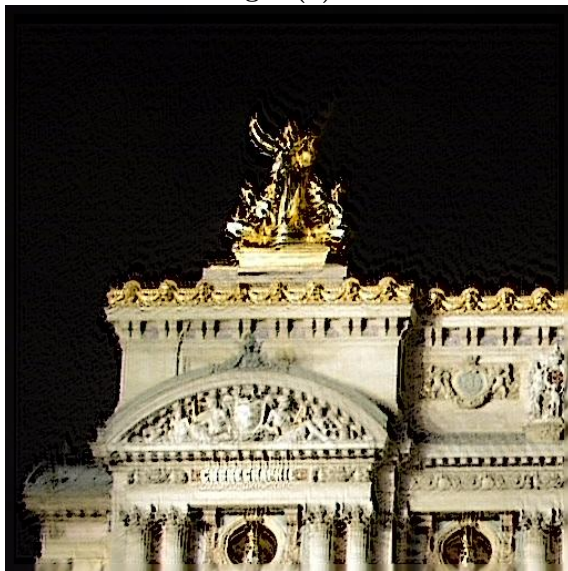


Fig.50(e) ”オペラ座 1” Landweber 法(左) と Lucy 法(右) 100 回

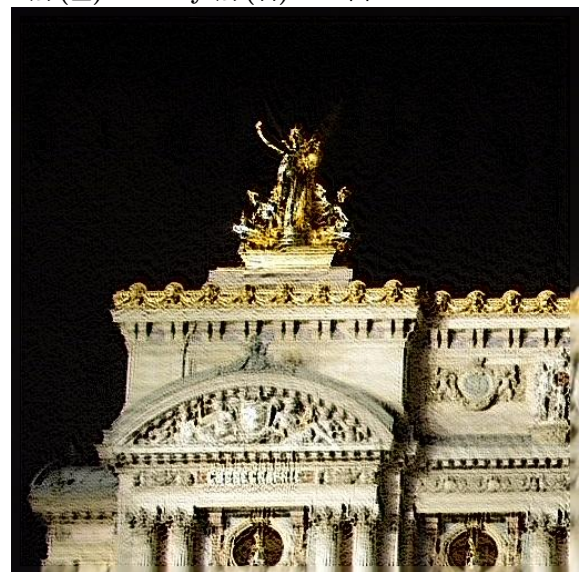
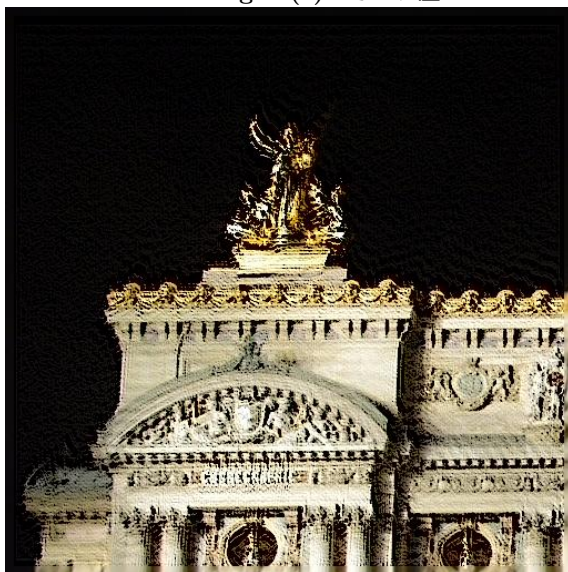


Fig.50(f) ”オペラ座 1” Landweber 法(左) と Lucy 法(右) 1000 回

1.2 ブラインド・デコンボリューションにおける Landweber 法との収束比較

前章のように、ある程度正確な PSF が分かっている、PSF を固定して行うデコンボリューションは、容易であり、Landweber 法によっても収束するが、より困難なブラインド・デコンボリューションでは、Landweber 法に対する Lucy 法の優位が明確になる。

ブラインド・デコンボリューションによる、Landweber 法と Lucy 法との比較を図 51 に示す。PSF は 16×16 、 $\epsilon = 3$ にした。PSF の修正は、正の残差について、その 2 乗と推定画像との相互相関を PSF の要素毎に掛け込む方法である。

Landweber 法 30 回 (左上) は、収束に失敗しデルタ解に漸近するよう見えるが、Landweber 法 100 回 (右上) では、大きく変化し、模様は出ているが、リングングが激しく広がり画像を汚している (7.1 参照)。

Landweber 法の推定画像を非負に制限すると、激しいリングングが消えるが、画像は単純デコンボリューションと比べて、かなりの劣化を受けている (左中)。また、残差累加法 100 回では、デルタ解に収縮し (右中)、非負制限は効果がない。

2 階層 各 30 回 (左下) においても Landweber 法は、収束しない。2 階層 各 100 回 (右下) は、画像が大きく変わるがよい。

Lucy 法と同等以上の結果を出す、(フィルタ処理と推定修正を同じ画素ループにいれた) unified 法、(PSF 修正のための相互相関部分計算も同じ画素ループにいれた) unified2 の結果をも含めて図 52 に示す。

Lucy 法 30 回 (左上) では正常に収束する。Unified 法 30 回 (右上) も同様である。2 階層型 Lucy 法 30,30 回 (左中) と、100,100 回 (右中) は、収束がさらに進行している。階層的 Lucy 法の効果は、(左上) と (左中) とを比較すれば見られる。階層化処理による PSF の初期値作りが、階層を抜けた後の等しい 30 回の繰返し後に差を示す。

Unified 法の 2 階層 30,30 回 (左下) と、unified2 法の 2 階層 30,30 回 (右下) も、Lucy 法と同様の結果である。

2 PSF 修正における双極性と単極性の比較

ブラインド・デコンボリューションにおいて、PSF 修正の方法は、残差が正のとき残差の 2 乗と推定画像との相互相関を PSF に掛け込む。これを、残差の正負によらず 2 乗と推定画像の相互相関を PSF に掛け込む双極性の特性と比較した。両者は、推定に負を生むことはないが、双極性は、残差の符号を失うので、当然、予想されるように、単極性の方が良い結果であったが、両者ともブラインド・デコンボリューションは、進行する。この程度の方法の誤りによって収束自体が影響されることはないであろう。双極性 (左)、単極性 (右) を、1 階層 30 回 (上)、60 回 (中)、2 階層 30 回 (下) において比較した結果を図 に示す。

3 Damped Richardson-Lucy 法

Lucy 法の変種として、収束した画像の粒状ノイズと波状ノイズとを削減する Damped R-L 法 ([51]) をテストした。この論文によると、Lucy 法は、有用であるが、深刻な欠点があり、とくにノイズ増幅が問題で、広がった物体の上に現実の構造の反映ではない斑紋 (speckle) がでる。これを防ぐ通常の実際的アプローチは、単に処理を止めることであるが、いつ止めるかを判断するよい方法がない。この方法は、画像には収束が十分なフラットな部分と、そうでない部分があり、画素毎の収束の程度に合わせて、進行を調整するのである。

$I(i)$ は、 $O(j)$ を PSF $P(i|j)$ によって FIR フィルタ処理した画像であり、

$$I(i) = \sum_j P(i|j)O(j)$$

Lucy 法は、観測 $D(i)$ と $I(i)$ との結合 likelihood 関数を最大化する処理である。

$$\ln \mathcal{L} = \sum_i D(i) \ln I(i) - I(i) - \ln D(i)!$$

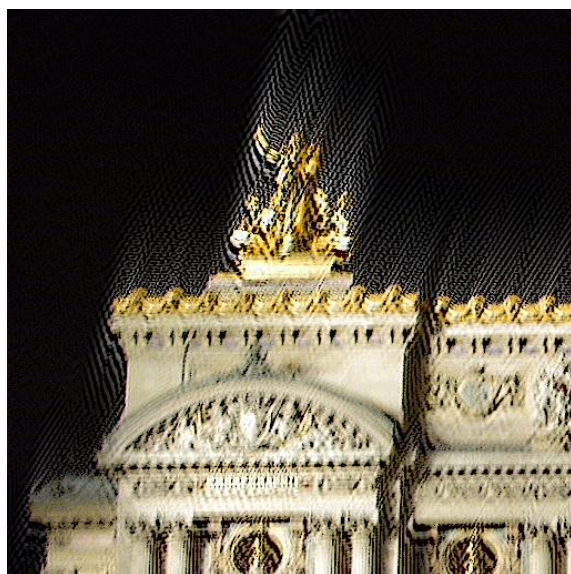
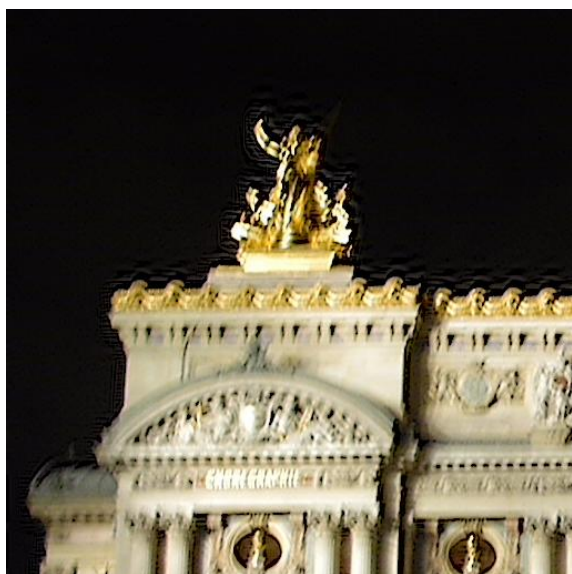


Fig.51(a) ブラインドにおける Landweber 法の収束 30 回 (左)、100 回 (右).

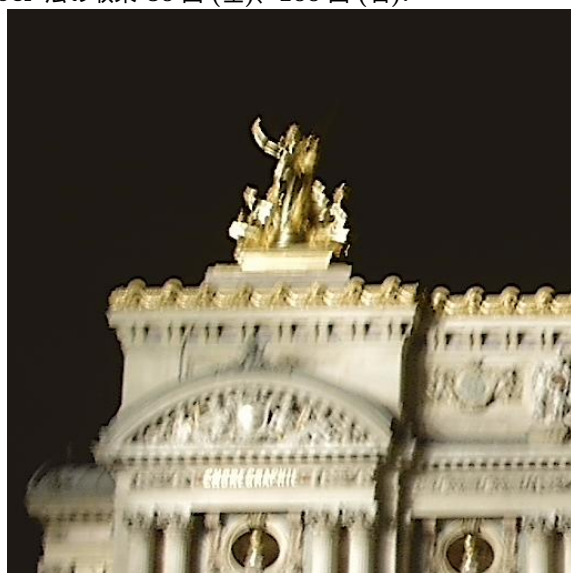
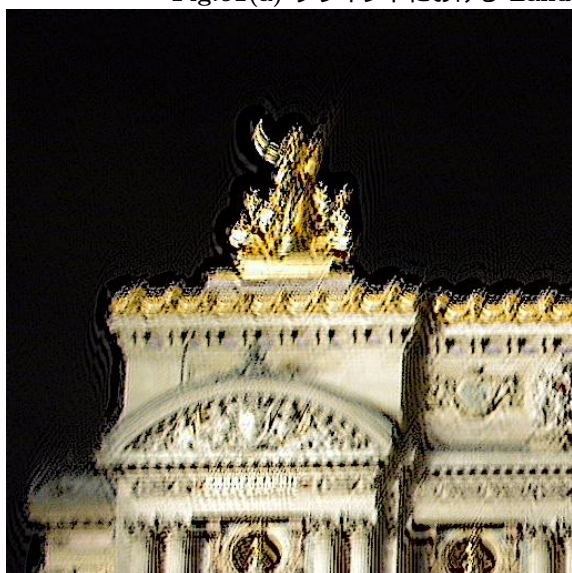


Fig.51(b) ブラインドにおける Landweber 法の収束 (推定に非負制限) 100 回 (左)、残差累加法 (右).

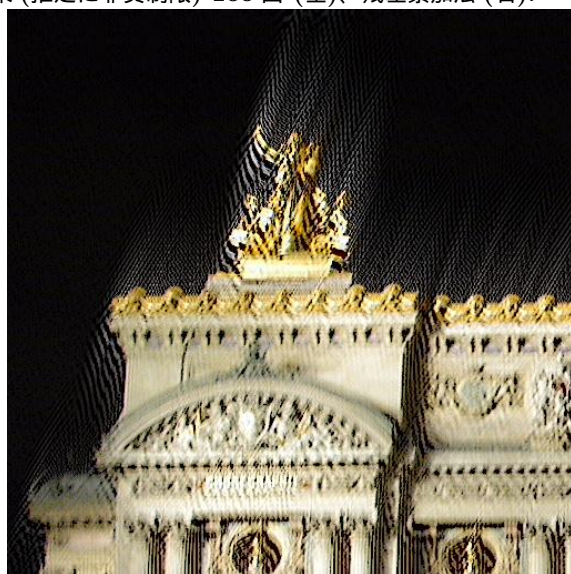
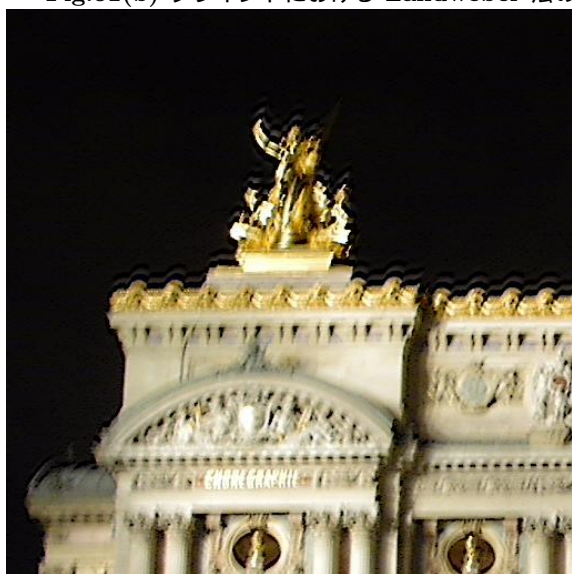


Fig.51(c) ブラインドにおける 2 階層 Landweber の収束 30,30 回 (左下)、100,100 回 (右下).

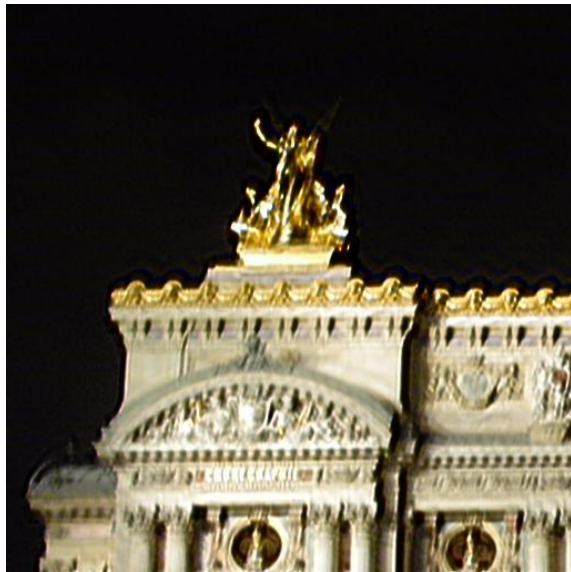


Fig.52(a) ブラインドにおける Lucy 法 (左) と unified 法 (右) の収束 (30 回)

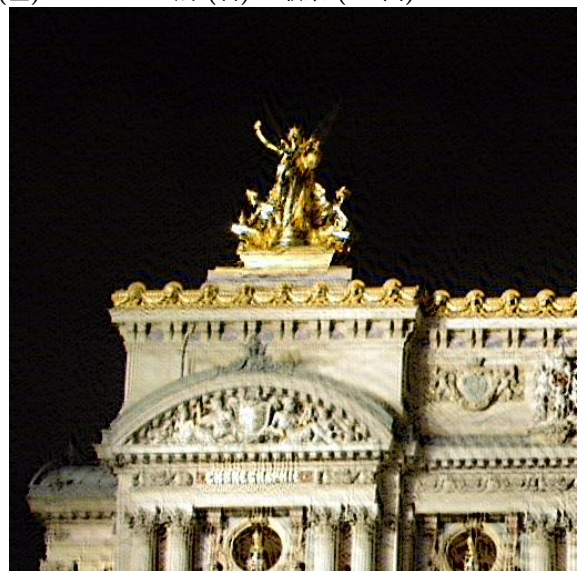
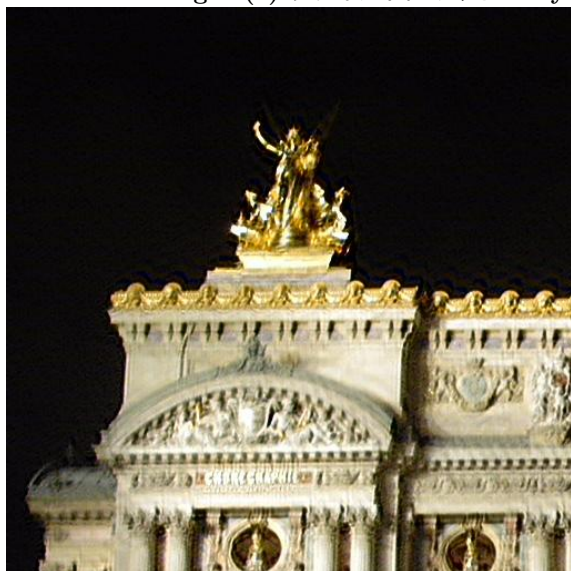


Fig.52(b) ブラインドにおける 2 階層 Lucy 法 30,30 回 (左) と、100,100 回 (右) の収束

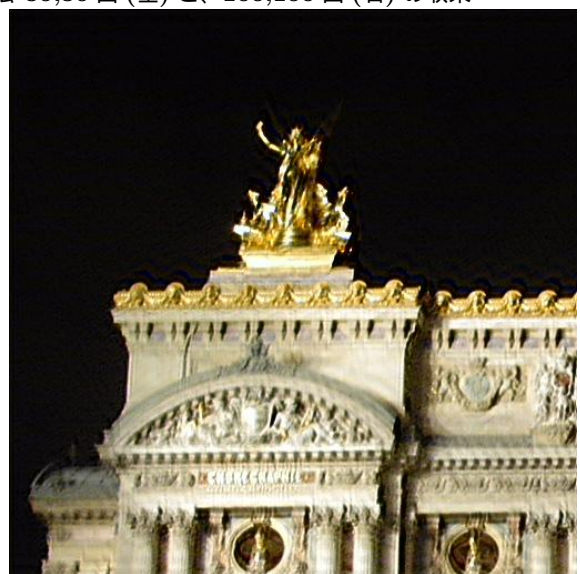
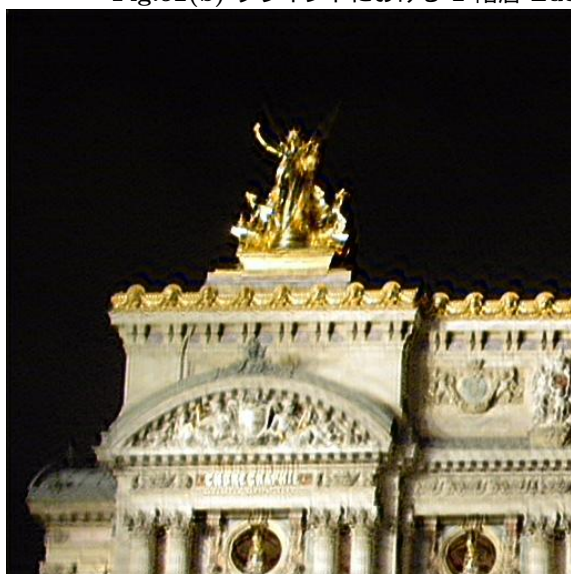


Fig.52(c) ブラインドにおける 2 階層 unified 30,30 回 (左) と、2 階層 unified2 30,30 回 (右) の収束

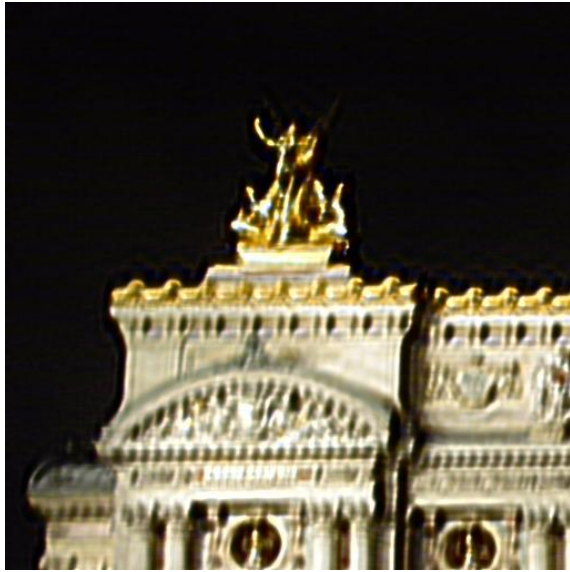


Fig. ブラインドにおける双極性 (左) と単極性 (右)、1 階層 30 回

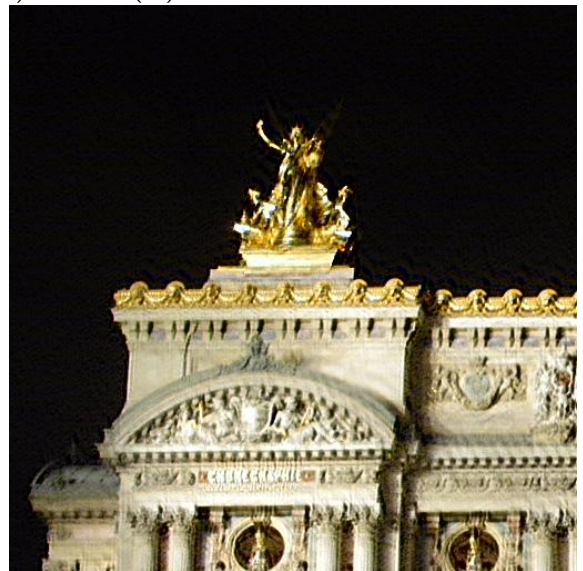
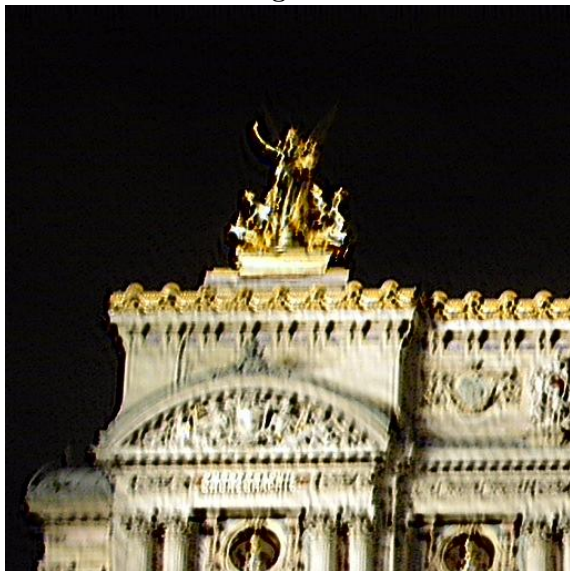


Fig. ブラインドにおける双極性 (左) と単極性 (右)、1 階層 60 回

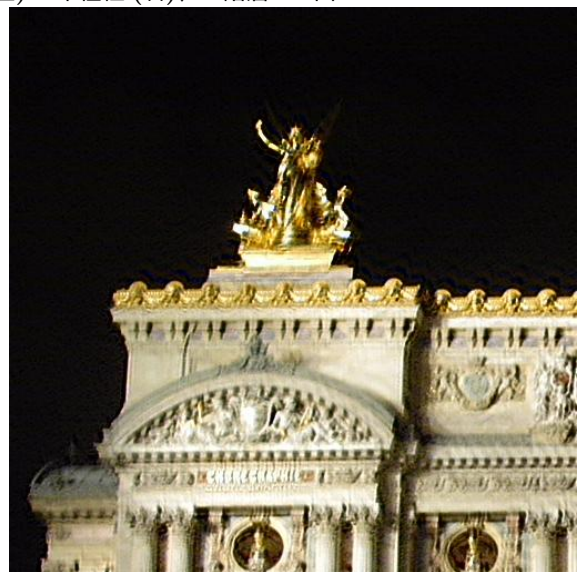
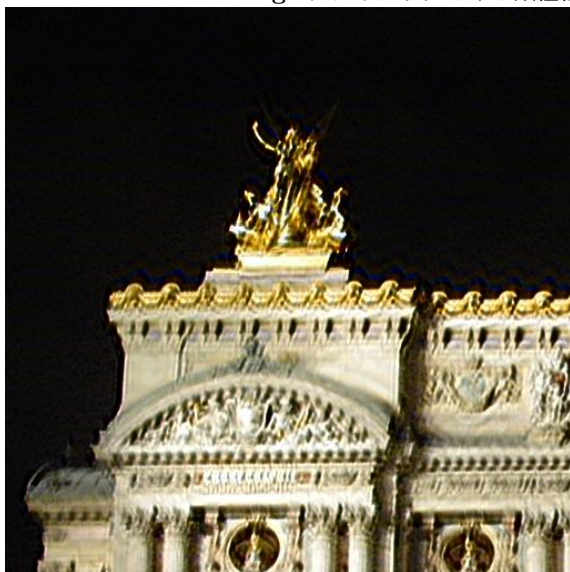


Fig. ブラインドにおける双極性 (左) と単極性 (右)、2 階層 30,30 回

なぜなら、

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial O(j)} = 0 = \sum_i \left[\frac{D(i)}{I(i)} - 1 \right] P(i|j)$$

であり、Lucy 法の推定画像の漸化式は、

$$O_{new}(j) = O(j) \sum_i P(i|j) \frac{D(i)}{I(i)} / \sum_i P(i|j)$$

であるから、Lucy 法が収束するとき (Shepp & Vardi 1982 証明)、修正係数は、繰返しの進行とともに 1 に近付き、それは、データのなかの Poisson 統計の Likelihood 解の最大に収束する。ここで、Damped R-L には likelihood 関数を修正する。

$$\ln \mathcal{L} = \sum_i f(U_i),$$

ただし、

$$U_i = -\frac{2}{T^2} [D(i) \ln \frac{I(i)}{D(i)} - I(i) + D(i)]$$

T は、ノイズの標準偏差に比例する閾値である。ここでは、T= 0.002 を用いた。

$$f(x) = \frac{N-1}{N+1} (1 - x^{N+1}) + x^N, x < 1$$

$$= x, x \geq 1$$

N= 10 を使うが、幾らか以上であれば N による違いは少ない。これに対応する漸化式は、 $\tilde{U}_i = \min(U_i, 1)$ として、

$$O_{new}(j) = O(j) \frac{\sum_i P(i|j) [1 + \tilde{U}_i^{N-1} [N - (N-1)\tilde{U}_i] \frac{D(i)-I(i)}{I(i)}]}{\sum_i P(i|j)}$$

である (以上、[51] の要約引用)。Lucy 法との違いは、画素毎に \tilde{U}_i を求め、 U_i が 1 未満のとき (残比 - 1) に $f'(U_i)$ を乗算することである。

Lucy 法と Damped R-L の比較を図 53 に示す。両者は、2 階層 Unified2 法、50, 50 回である。観測画像 (左上) からの、Lucy 法 (右上)、Damped R-L 法 (左中) の画像を比較すると、Lucy 法で粒状ノイズが多く出る建物の壁面と柱の部分に Damped R-L 法では粒状ノイズが削減されている。さらに、前景のぼやけた人物像の波状ノイズが大幅に削減されている。

4 非線形による Damped R-L 法の代替

Damped R-L 法は、単純化でき、粒状ノイズ削減の目的には Lucy 法の基本処理を変えず、単に (残比 - 1) に単調増加の非線形関数を通すことで類似した結果が得られる (図 53 右中)。符号保存の 2 乗関数、

$$x' = 2x|x|$$

係数の 2 は、大きな影響がなく 1~3 で可能であった。非線形は、大きさに対する誤差が問題となり得るが、この係数の 2 は、一般的な (比エラー-1) の大きさに 0.5~1.5 程度の広がり想定する値であり、係数 = 1 では収束を遅くする。しかし、繰返しの中での係数の誤差は、次回の残差に持ち越されるから、係数に幅が許される。非線形に 3 乗関数を用いることも可能だが、あまり収束がよくない。2x³ の例を示す (図 53 左下)。それを閾値関数とすることもできるが、効果が小さい。絶対値が閾値以下のとき (残比 - 1) を 0 とする例 (閾値 = 0.16) を示す (図 53 右下)。滑らかな非線形関数の方が、一定の閾値をもつ閾値関数よりも、許容振幅範囲が広く、収束を停止させない。これらは、すべて粒状ノイズを削減する共通した性質をもつが、効果に差があるのである。

”クリスマスイルミネーション”の右半分の波状の汚れも、この方法によって削減できた (図 54)。観測 (左上)、Lucy (右上)、Damped R-L (左下)、2x|x| (右下)、すべて unified2 法 2 階層 50, 50 回である。Lucy 法では、画

像右半分の光る柱と壁の平坦な画像部分に、波状ノイズが激しく出るが、Dampled R-L 法では削減される。しかし、Damped R-L では、この例ではまだ右側のイルミネーションの輪郭の影が残るが、非線形 $2x|x|$ では、その欠点も出ていない。

(残比 - 1) に対する非線形関数の使用は、非線形適応型フィルタの働きをする。x を入力、y を線形 LPF 出力、z を $[x, y]$ の内分 (内分比 r を $|x - y|$ の単調増加関数) による最終出力とすると (整数 $n: 1 \sim 2$ 、実数 $x, y, z, r: 0 \sim 1$)、

$$r = |x - y|^n$$

$$z = rx + (1 - r)y = r(x - y) + y$$

z は $(x - y)$ と内分比 r との積の y への加算である。これは、場所によって変わるフィルタ効果を与え、線形フィルタによる変化 $|x - y|$ の小さい部分では $r \sim 0$ で線形フィルタの効果を大きくしてノイズを抑制し、変化の大きい部分では $r \sim 1$ として、画像の特徴を崩さない性質をもつ非線形適応フィルタを得るのである。

そのような内分フィルタと同様に、(残比 - 1) の分配処理において、推定画像の修正を残差の絶対値によって変調することによって、大きい残差の修正を行いながら、小さい残差を抑制し、小さい残差が繰返しにおいて遠方まで波及して、粒状ノイズ、波状ノイズとなることを防止する効果があると解釈できる。

デコンボリューションは、一般に正值 PSF を仮定する LPF の逆処理である。線形フィルタ出力 y は、z からのフィルタ、残差は、入力 x と y との差で、高域信号とノイズの入力処理である。そのため単調増加型の内分比によって、累加を変調することが観測に含まれる小振幅ノイズを推定から除去することにおいて有効である。

$$y_{i,j} = \sum PSF_{k,l} z_{i+k,j+l}$$

$$r = 2|x - y|$$

$$z' = r(x - y) + z$$

この方法は、unified, unified2 に有効であって、それ以外には $x' = x|x|$ が動作可能であるが、収束を遅くさせ、 $x' = 2x|x|$ は、大きな残差が負の推定を発生し、動作に支障を与えることが分かった。

5 Gauss 型のぼけの逆フィルタ処理

Gauss 型のぼけ $PSF(r) = C \exp(-(r/R)^2)$ は、基本的にデコンボリューション可能なぼけである。Gauss 型の DFT は、Gauss 型であり、複素の各スペクトルに逆数が存在し、PSF の周波数特性を逆転可能である。ただしこれは、PSF のサポート領域に制限のない場合である。PSF 範囲に制限があるだけで PSF は全零型であり、その逆フィルタは、近似的にしか存在しない。

Gauss 型 (R=3) ぼけ画像の単純デコンボリューションの例を示す。画像をぼかすのに使った PSF 16x16 でデコンボリューションを行う。Lena gray 原画像 (左上)、ぼけ画像 (半径 3)(右上)、周波数逆数処理による回復 (左中)、Lucy 法回復 100 回 (右中)、Lucy 法回復 1000 回 (左下)、Lucy 法ブラインド回復 100 回 (右下) を図 55 に示す。

周波数上の逆数処理による回復 (左中) は、 $X'_j = X_j H_j^* / |H_j|^2 (|H_j|^2 \geq th)$, $X_j H_j^* / th (|H_j|^2 < th)$ により、th が小さいと正確だが、大きな倍率が掛かるスペクトルの存在のため画像にリングングがでる。

Lucy 法 100 回と 1000 回の回復は、ぼけ画像半径 2 より良く 1 より悪い。Gauss 型の Lucy 法デコンボリューション回復は、収束が遅く、効果も低く、R を半分にする程度である。手ぶれによるぼけと比較して、画像の高域が多くの画素に均一に散らばり、高域が極端に低下しているためと考えられる。

ブラインド・デコンボリューションによる回復は、PSF が円形から偏る現象が起き、単純デコンボリューションに及ばない (右下)。Gauss 型 PSF では 16x16 の広さの収束がブラインドで限界に近く、画像は示さないが、Unifed, unified2 では、その非対称性が災いしてさらに結果が悪い。階層を使うと結果が良く、ぼけ半径の小さい場合、かなり回復する (図 56(a),(b),(c))。原画像もブラインド回復できる。(図 56(d))

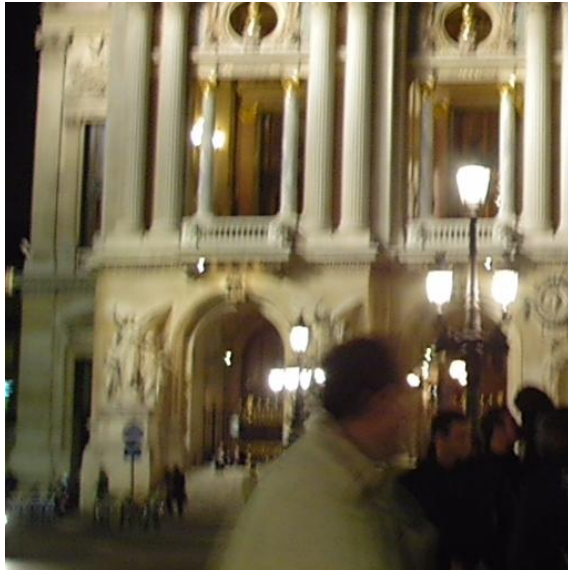


Fig. 53 (a) オペラ座 2 観測画像 (左)、 Lucy 法 (右)



Fig. 53 (b) Damped R-L (左)、 非線形 $2|x|$ (右)



Fig. 53 (c) $2x^3$ (左)、 $th=0.16$ (右)

Fig. 53 Damped R-L の効果とその代替の処理の結果、(psf: 6×10 , 2 階層 unified2, 50, 50)



Fig.54 クリスマスイルミネーション (左上)、 Lucy (右上)、 Damped R-L (左下)、 $2x|x|$ (右下) (psf:16x16, 2 階層 unified2, 50, 50)

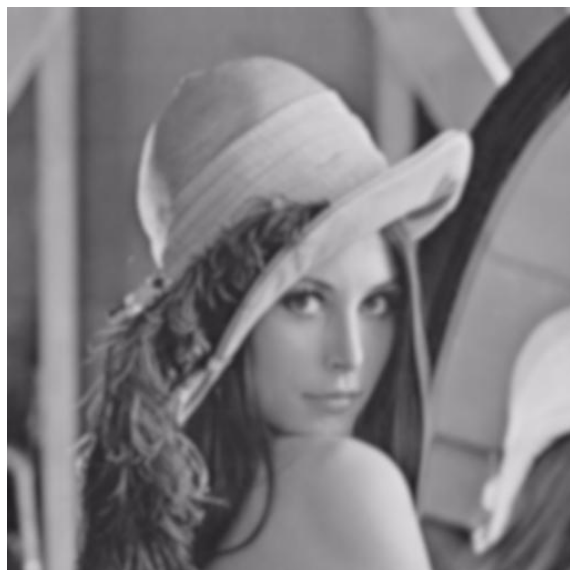


Fig.55(a) Lena gray 原画像 (左)、観測画像 (Gauss 型ぼけ画像 ($R=3$))(右)



Fig.55(b) Gauss 型ぼけ ($R=3$) からの逆数回復 $th=0.01$ (左)、Lucy 法回復 100 回 (右)16x16



Fig.55(c) ぼけ画像 ($R=3$) からの Lucy 法回復 16×16 1000 回 (左)、Lucy 法ブラインド回復 16×16 100 回 (右)

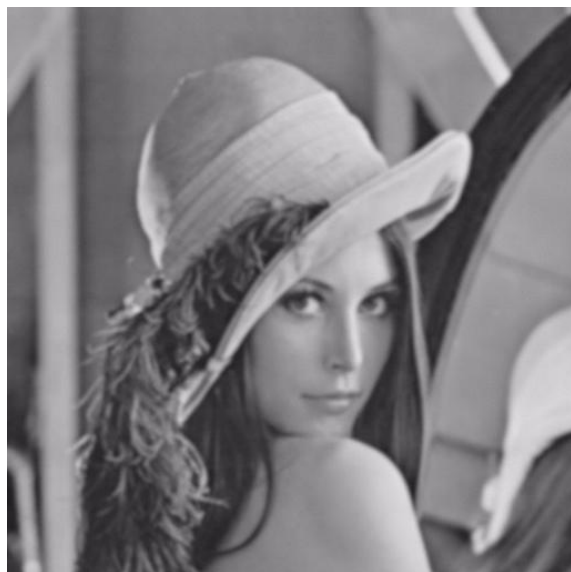
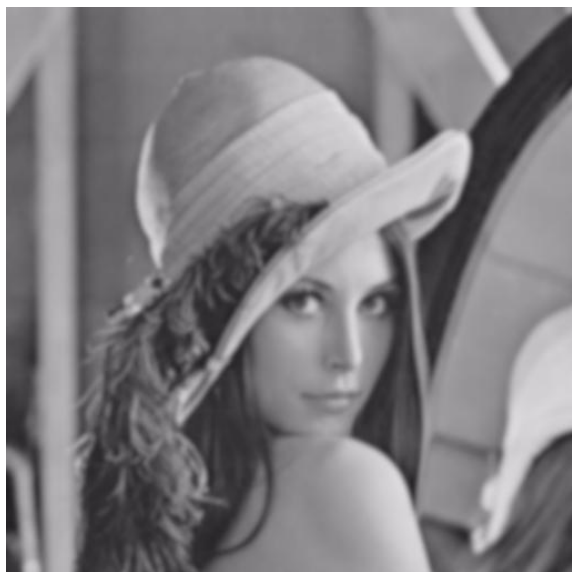


Fig.56(a) Gauss 型ぼけ画像 ($R=3$) 16×16 (左) のブラインド回復、3 階層 Lucy 法 16×16 各 50 回 (右)

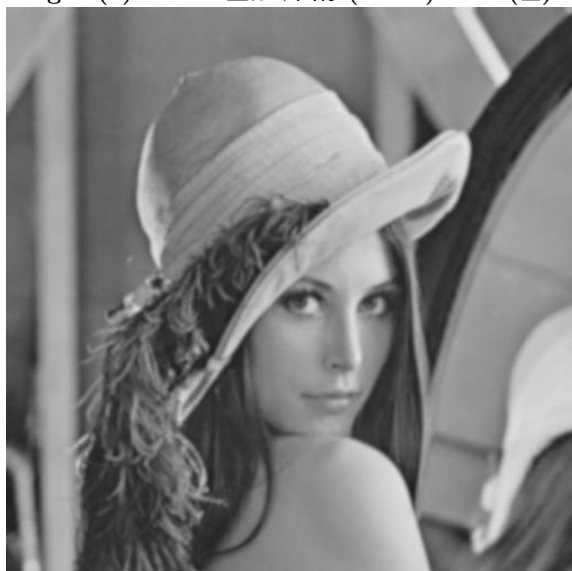


Fig.56(b) Gauss 型ぼけ画像 ($R=2$) 16×16 (左) のブラインド回復、3 階層 Lucy 法 16×16 各 50 回 (右)



Fig.56(c) Gauss 型ぼけ画像 ($R=1$) 16×16 (左) のブラインド回復、3 階層 Lucy 法 16×16 各 50 回 (右)



Fig.56(d) 原画像 (左) のブラインド回復、3 階層 Lucy 法 16x16 各 50 回 (右)

6 手ぶれ画像回復の例

激しい手ぶれ画像の回復の例として、別のオペラハウス画像から示す (PSF:16x16、各階層 50 回)。観測画像 (左上)、Lucy 法 (右上)、2 階層 Lucy 法 (左中)、Unified 法 $\sigma=5$ (右中)、2 階層 Unified 法 $\sigma=3$ (左下)、2 階層 unified2 Damp (右下) を図 57 に示す。(σ を記述しないとき BT709)

Lucy 法の 1,2 階層とも同様に収束したが、1 階層より 2 階層が多少よい。Unified, unified2 法は Lucy 法と同様に動作した。 $\sigma=5$ は、画面下部の光点のまとまりが良く、彫像の周囲のリングングが少ないが、彫像の明るさが低下し、柱を細く見せる黒い塗りつぶしができている。Damp は、粒状ノイズ削減効果が確認できるが、収束を遅くする欠点が目立った。表 50 に PSF の例を示す。推定画像から手ぶれの影響を取り除く働きをするように、斜めコの字形の手ぶれの光の筋に対応する形を再現している。

表 50. 2 階層 Unified 法 $\sigma=3$ 50,50 回 (図 57 左下) の最終 PSF(任意単位)

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 418 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1 5 4 411 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 7 2 0 0 0 0 8 6 0 0
0 0 0 0 12 6 1 0 0 0 0 0 0 24 0 0
0 0 0 411 0 0 0 0 0 0 0 0 3 7 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 5 0 0 0 0
0 0 0 0 2 4 0 0 2 5 2 0 0 0 0 0
0 0 0 1 6 0 0 4 2 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 6 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 17 810 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 6 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

このオペラハウスの全体画像を 図 58 (a) に示す。この画像の 2 階層分割 Unified2 法 ($\sigma=3$, 各 50 回) による画像修復の結果を 図 58 (b) に示す。

修復画像の左上部分の文字、"CHOREGRAPHIE" (chreography 舞踊) が崩れいていて、この部分を切り出して独立に処理した図 57(c) よりも悪いことが分かる。階層型と階層分割型の違いは、階層分割では上層が全体

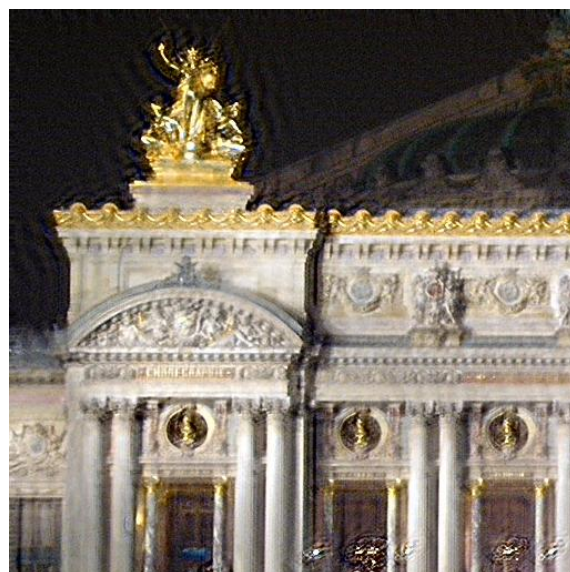
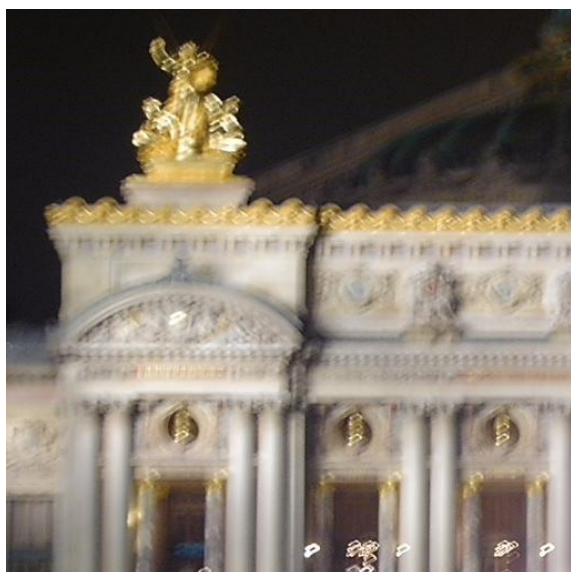


Fig.57(a) 手ぶれ観測画像 (左)、16x16 Lucy 法 50(右)

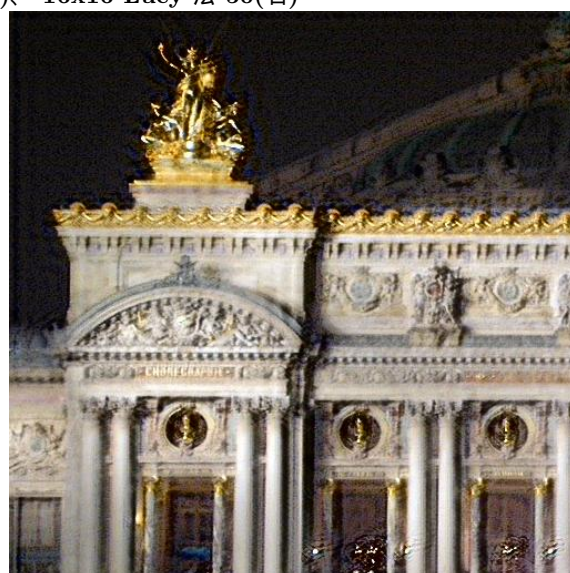
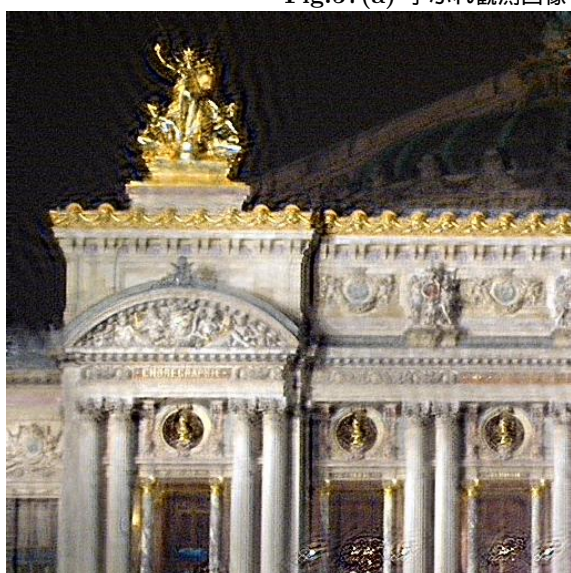


Fig.57(b) 16x16 2 階層 Lucy 法 50,50 回 (左)、Unified 法 50 回 =5(右)

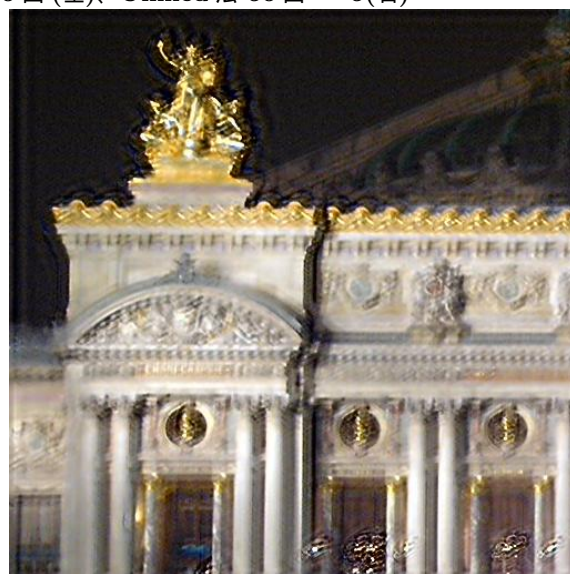
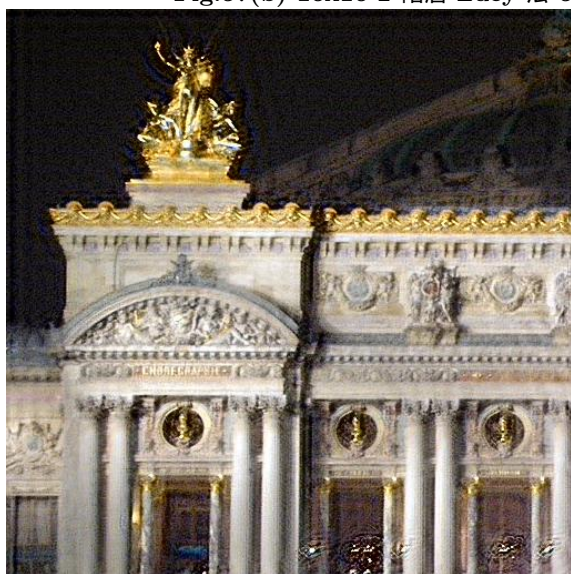


Fig.57(c) 2 階層 Unified 法 50,50 回 =3(左)、2 階層 unified2 Damp 50,50 回 (右)

画像の平均的な PSF になることであるが、それが原因と考えられる。なお、Unified 法でもこれに近い結果が得られたが、元の Lucy 法では、これよりも、かなり悪い結果しか得られなかった。

7 その他

7.1 残差の増加時の処理

残差が増加したとき、4 回までは変化の 1/2 だけ逆戻りし、残差を調べるしくみを以前から使っている。4 回を超えると残差が増加する。

7.2 周辺処理

推定画像の範囲を超える場所の読みだしアクセスは、その端の画素で代用するが書き込みアクセスは、無効にした。それによって、端の画素も他の場所と違った変化をしないようになった。階層上位での端の影響が広がるので少し視認できるが、ほとんど他の場所と性質は変わらないようになった。

7.3 階層間の PSF の重心移動について

PSF の重心は、PSF の修正毎に移動する。これまでは PSF の修正毎に PSF の全振幅、

$$\int p(\xi') d\xi' = 1$$

は、1 に正規化するが、PSF の重心は、PSF 修正毎には修正しなかった。階層変化時に、整数画素単位で、+- 1 以上ずれた場合に、重心を中心に合わせる処理を入れていた。階層変化時に行う理由は、階層変化時は、推定が平坦から開始するので、PSF のずれが推定画像の周辺の問題以外、ほとんど影響がないからである。

$$\int \xi' p(\xi') d\xi' = 0$$

これに対して、PSF 修正の度に、正規化とともに重心を中心に合わ処理を入れてみた。そのことは、正規化と同様に問題なく、PSF の重心合わせが可能かもしれないし、PSF 移動が推定画像の逆方向の移動を伴わなければ、移動自身が残差を生み出し、しかも、推定画像には端が存在するから、その影響を無くすことは不可能であり、悪影響のある可能性もあった。結果は、事前に予想はできなかった。

繰り返し毎に PSF 重心を移動させるとき、PSF 変化が小さいので整数画素単位の移動では、ほとんど効果を判定できないと推定された。そのため実数画素単位のずれを扱う必要があった。そこで線形内挿型の重心移動を作成した。階層間を下るときにも PSF を拡大したあと、この方法の実数型の重心移動によって重心の中心合わせを行うことができる。

$$m = \sum_x xp(x) / \sum_x p(x)$$

$$p'(x) = p(x + m)$$

結果、この PSF 重心の中心への移動を PSF 修正毎に行うのは有害と判断できた。これを行うと幾つかの画像は収束せず、収束容易な画像でも状態は悪くなった。例として、オペラ座 1 は収束するが、その下部の切り出し画像 2 は収束しない。

このことは、標準画像に人工的 PSF によって作成した観測画像を与えて、推定画像と原画像との SNR が収束の数値的尺度として使うことが基本的に困難であることを意味する。収束後、PSF 重心を中心に戻し、推定画像を平坦から再度一定回数 PSF 固定で繰り返しの実行をすれば評価可能かと思えるが、それでは、通常の収束後の推定画像と違う推定画像を使った評価になる欠点がある。

参考文献

[50] Henry Stark, "Image recovery-Theory and application" Academic Press, Inc. (1987) の Chapter 1, C. K. Rushforth "Signal Restoration, Functional Analysis, and Fredholm Integral Equations of the First Kind"

[51] Richard L. White, "Image Restoration Using the Damped Richardson-Lucy Method", Astronomical Data Analysis Software and Systems III, ASP Conference Series, Vol. 61, 1994.

[52] T.T.Fister et al, "Deconvolving Instrumental and Intrinsic Broadening in Excited Sate X-ray Spectroscopies" (submitted Physical Review B) arXiv:cond-mat/0702007

[53] F.S. Kitaura, and T. A. Enslin, "Bayesian reconstruction of the cosmological large-scale structure: methodology, inverse algorithms and numerical optimization", arXiv:astro-ph 0705.0429

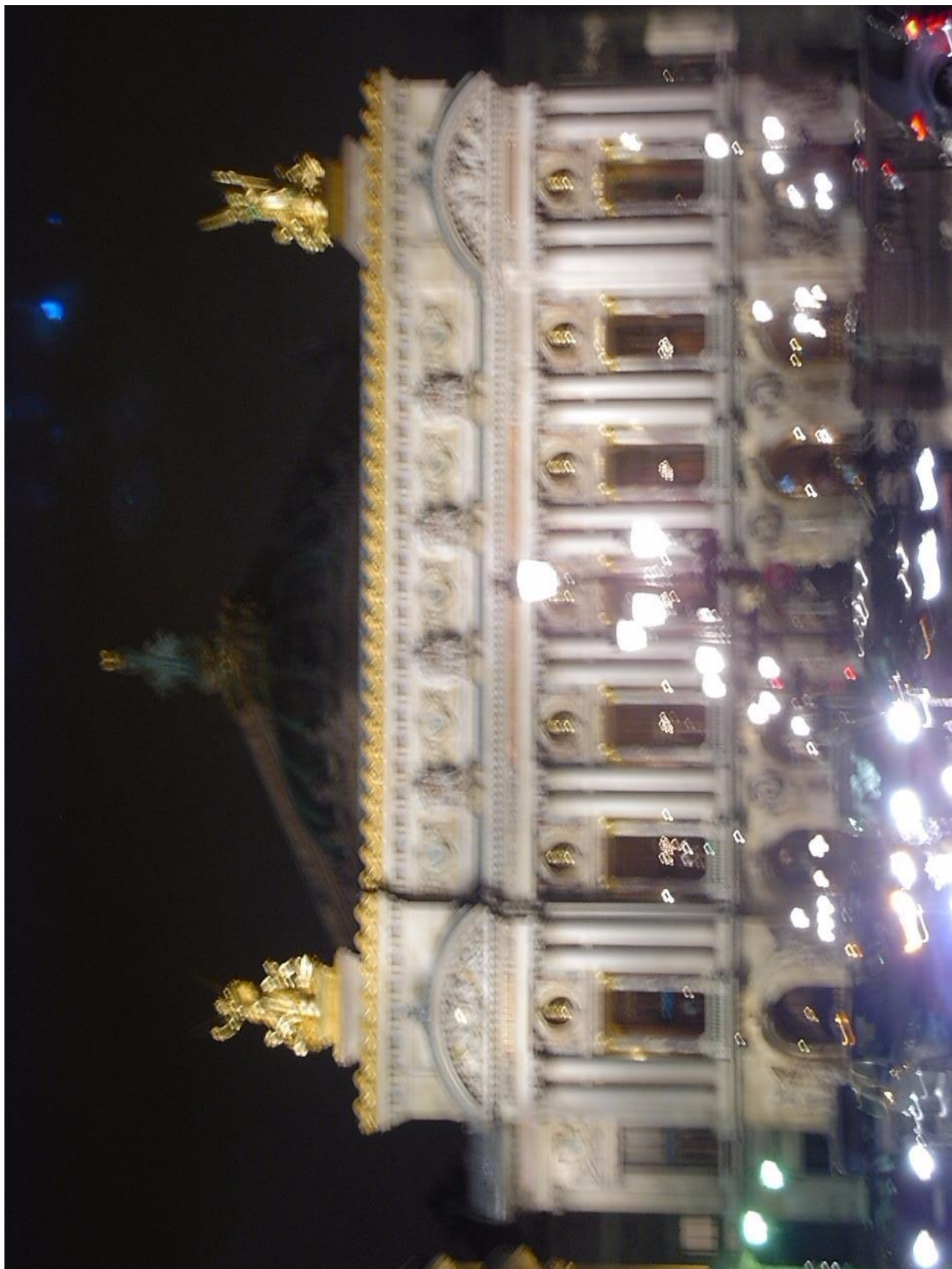


Fig.58(a) オペラハウス観測画像



Fig.58(b) 2 階層分割 Unified2 法 50,50 回