

ブラインド画像回復: 修正 Lucy 法 (その 2)

Blind deconvolution: modified Lucy-algorithm

福留治隆, 片山泰男 (ウィンボンド・エレクトロニクス (株))

Harutaka Fukutome, Yasuo Katayama (Winbond Electronics Corp. Japan)

平成 19 年 4 月 18 日

1 解の存在性と逐次近似の収束性

額縁部分が無視できる場合、次の議論ができる。

	固定	推定	解
(1)	PSF	画像	唯一
(2)	画像	PSF	一般にはなし
(3)		PSF と画像	不定 (複数、無限)

(1) の PSF 固定で画像を推定することは、未知数 (画素) 個の方程式をもつ連立 1 次方程式であり、画像の画素数を n とするとき $n \times n$ の行列の逆行列を求める問題である。PSF は、近傍にしか値がなく $n \times n$ の正方行列のほとんどの要素が 0 である連立方程式の定係数である。PSF から定まるこの行列の行列式が 0 でなければ、唯一解が存在する。そのため、繰り返しによって誤差を確実に減少させる処理 (逐次近似) があれば、この唯一解に漸近することが保証される。正則でない係数行列は行列の固有値に 0 の行ができ、方程式に冗長性があったことと等しく、方程式の数の不足から解の不定性が発生し (3) と同様になる。

(2) の推定画像を固定して PSF を推定することは、通常、画像サイズより PSF サイズが小さく、未知数の数 (PSF の要素数) よりも方程式の数 (画素数) が多いため、一般的に、観測画像と推定画像とをともに任意に与えるとき PSF に解がなく、誤差を最小にする問題になる。しかしこれも定係数である推定画像が正であれば、正定係数の連立方程式の誤差に最小を与える PSF は、唯一と存在し、逐次近似は、この唯一解に漸近することが保証される。(人工的に作られた観測画像と固定の推定画像として原画像を与えて PSF を求めることは、方程式の数が冗長になっているだけであって解ける特別な場合である。この場合、唯一解があり、逐次近似は、その PSF へ収束する。)

($n = 10^6$ の n 元連立方程式を解くには掃き出し法では $O(n^3)$ の処理量であり、存在する $O(n \log n)$ の高速算法を使ってもまだ実際的でないと思われるが、デコンボリューション処理は、厳密解を求めずに解に漸近する逐次近似であり、厳密解を求めるのとは違う計算量と思われる。繰り返しにおいて、それが確実に誤差を減少させる処理であれば、それは逐次近似であるといえるが、Lucy 法は、それであると思う。ぼけやぶれの PSF が既知のときの逆処理は、通常、数 10 回以内の繰り返し処理によって収束をするが、これは、厳密解を求める処理よりも小さいのではないか。)

(3) の PSF と推定画像の両方が未知であるブラインド処理は、それとは違う困難さをもつ。(2) とは逆に方程式の数が未知数の数よりも少ないために連立方程式が不定であり、複数の解をもつ。連立方程式の解の不定性の程度は、未知数と方程式数の差の PSF 面積である。逐次近似の収束性は、解の不定性によって乱されると思われる。

解の画像と PSF から人工的に作成した観測画像でも、デルタ解が別に存在し、そのとき解は少なくとも 2 つ常に存在する。逐次近似では求める解と特解のうち、どちらに収束するか分からない。初期値と境界条件に依存

する。PSF が広く、推定画像も余分な広さを持つ場合、解の PSF をある方向にシフトし、推定画像を逆方向に同じだけシフトしてもコンボリューション積は等しいから、PSF のシフト余裕程度のシフト不定性があることも明らかである。

また、(1) の逆処理と同様に PSF の行列式が 0 となる非正則解ではさらに収束性が小さいと思われる。非正則な PSF は、連立方程式の方程式の数不足する場合と同様であり、不定性がその分、増大している。そのため、一般に、任意の観測画像を与えたときのブラインド処理の逐次近似収束性は、保証されないと思われる。合成数の素因数分解では複数の解があり、単位元を片方にする特解は、解とはしない。同様にブラインド処理は、観測画像を積とする PSF と推定画像のコンボリューション積 (周波数領域では、単なる複素数積) への分解である。

不定性は、そのどれを使っても解という不定性ではなく、求める解は一つ (PSF と推定画像のセット) でありながら、それへ到達する経路が定まらないという意味をもつ。求める解へ収束するには、移動の自由度の制限が必要である。

2 額縁の解消

画像には円筒性又はトーラス性を持たせることもできるが、左右上下端が互いに影響することを避けるためには、画像処理には周辺の扱いの考慮が必要である。観測画像と差や比をとる FIR フィルタ出力サイズを観測画像のサイズと一致させ、フィルタ処理を一樣に (周辺の例外化なし) 行うには推定画像には PSF の 1/2 の幅のその外側の画素が必要であり、これを額縁とよぶ。観測画像の画素数 N_e と推定画像の画素数 N_i との間に、

$$N_e > N_i$$

の関係がある。観測画像の周辺に同じ幅の部分を残す方法も、方程式数が処理画像範囲なら未知数数が方程式の数より大きくなる。

額縁は、前項の議論に影響し、(1) の場合も額縁画素分の不定性を与える。額縁は、考え方は単純であるが副作用が大きい。例えば単一画像を処理する場合、推定画像に額縁領域をつけ加え、その初期値として入力画像を与えときに画像の連続性を確保するため画素を拡張する必要があるので。これは、隠れた部分の画像推定という不良設定問題を新たに追加することであり、議論を複雑にする。

また、画像分割に際し、拡張してから分割する方法と、分割してから拡張する方法があるが、拡張して分割では拡張画像に均等な分割は、観測画像に対して均等でなく、分割して拡張では分割領域処理が場所によって違ってくる。

観測画像の処理領域を PSF の 1/2 だけ小さくして、推定画像と観測画像サイズとを一致させる方法では、画像分割する場合、処理しない部分は、全体画像の周辺にだけ存在するから個々の分割画像の処理が単一画像の処理と違ってくる。観測画像を均等に分割すると、分割領域を均等にできず、周辺では分割領域のサイズを小さくすることになる (図 10、参照)。

そのように、周辺領域の処理は、画像回復処理において設計上の複雑さを与えるが、画像回復処理は、繰り返しを多用する精度を要求する処理であり、周辺処理は画像回復の基本性能に影響を与える重要な要素でもある。

額縁を設けずに周辺処理を行う方法がある。フィルタ処理のとき、画面からはみ出す画素のアクセスは、画像内部の画素値で代用する方法である。水平 (垂直) 方向に出る画素値は、水平 (垂直) 方向に内部の端の画素値をとる。両方出るとき角をとる。誤差の分配処理においても、分配を受ける画素でまとめる転置 PSF フィルタ処理において同様の処理にする。

この方法によって観測画像と推定画像のサイズを一致させることができる。この方法は、端画素を重用し、端の画素の誤差分配処理における変更も端画素で大きく、端画素が他の部分と性質が異なることが視認できる。それ以外の周辺画素は内部画素と違いが分からない程度の影響しかうけない。

3 繰り返し処理と周波数領域処理

画像回復において許される処理量は、効果との兼ね合いである。そのため、目的とする PSF と推定画像への高速な収束が望まれる。速度要求は、時代によって解消する傾向もあるが、処理の手軽さと有効性のために、収束の速さは、収束自体の次に重要な要求である。

繰り返し処理が取られることの問題又は意味、それを画像サイズの逆処理 PSF に置き換える可能性について考える。Wiener filter は、小さなサイズの PSF を画像の周波数領域での割算処理に置き換える。ノイズ存在下の 2 乗誤差最小になるように、Wiener filter では、 H^* という PSF 複素共役を乗算して、 $|H|^2 + N^2$ で割るが、 $N=0$ では、周波数領域の PSF の複素割算である。割算において PSF のゼロ点だけを例外にノイズに依存する微小な値にすることだけでゼロで割る問題が避けられる。つまり、繰り返しによる逆処理 (1) は、画面全体の周波数領域の複素割算程度の処理である。

これを 1 回の FIR 処理 (これは、周波数領域では画素あたり 1 回の複素乗算であるが、) で行うことはできないにしても、十分広い PSF を使えば、それに近似した処理ができると予想される。逆 PSF は、周波数領域で複素逆数 (ゼロ処理つき) をとって、空間領域に戻して作られる。この逆 PSF 作成という考え方は、どの程度有効なのだろうか。まず、繰り返し処理と逆 PSF 処理は、どちらが処理量が少ないかを考える。実際に逆処理の繰り返し回数をみてみると、ふつう、数回から数 10 回で実用的な結果になる。

PSF 固定の逆処理においてデコンボリューション処理の PSF サイズは、一般に順方向 PSF サイズより大きく、PSF の数倍から数 10 倍のサイズを必要とするだろう。1 回の FIR 処理で逆処理するサイズ N 倍の逆 PSF がある場合、その処理量は元の FIR 処理と比べて N^2 に比例するが、繰り返しの処理量は、 N に比例する。そのために繰り返し逆処理が実用的でありえるのであろう。

4 画像回復処理による劣化現象と問題点

4.1 波、粒状ノイズ、麻布状テクスチャ

逆処理に伴う劣化について、PSF の誤差が生み出す波のような現象がある。これは、繰り返しを続けていて消えることもあるが、定在波のように残ることがある。一般に、繰り返し回数が多い場合、エラーは減少していくのに波の現象が目立つようになる。また、一般的に繰り返し回数が多いとき画像に粒状ノイズが増加する現象がある。ひどい場合、これがテクスチャとなってもとの画像が粗い麻布の上のシミのようになる場合がある (図 16.)。

4.2 PSF 変化の加速とデルタ解への収束

PSF の変化と推定画像の変化について、推定画像の変化は速く、PSF の変化が遅い現象がある。特に Lucy の比のエラーを使う方法において PSF の収束が遅いという問題がある。PSF の変化の速度が遅くそれよりも先に推定画像が大きく変化してしまい、大きく波打つ画像になる場合が多くある。そのため、推定画像の変化に対して、PSF の変化の速度を上げる必要があった。

Lucy 法では、比エラーを n 乗する。ADL 法では、以前の PSF に乗算する推定画像の総和を $1/n$ に削減する。SMPL 法では、差のエラーの n 乗と推定画像の相互相関をとり、その $1/2$ 乗を PSF に掛け込む。PSF の変化を加速した方法は、収束が成功すること多かったが、PSF が一点に収束する可能性も高い。

画像回復の目的は、分解能を上げる解への収束であり、デルタ解は避けたい現象である。現在の方法は、デルタ解を明示的に避ける方法になっていないため、これに近付くとそこから回復しない。PSF の初期値を flat にすることは、デルタ解から遠い地点から開始し、デルタ解に到達する前に、途中にある解に収束させる目的である。収束とその速度の問題には不明点が多い。特性の扱いを変更して効果がある場合がある。

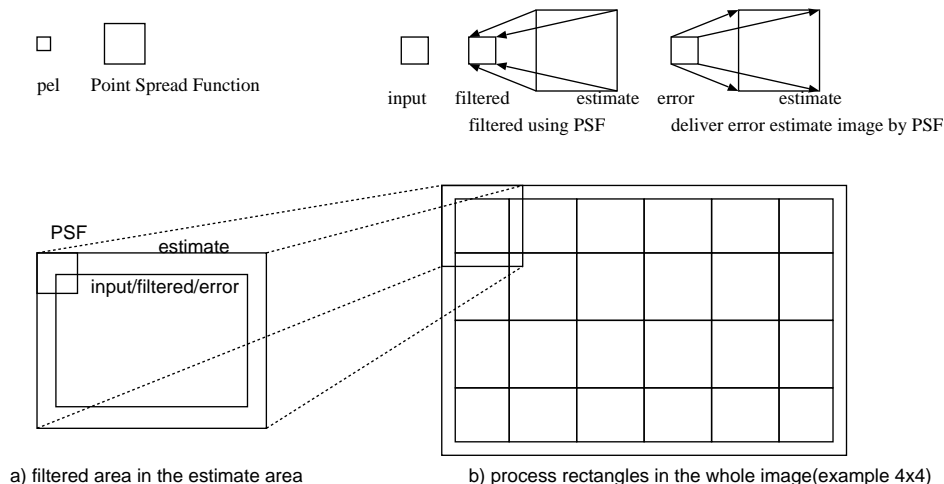


Fig.10 Division Deconvolution

4.3 画像の傾斜による PSF の広がり傾向

とくに加速しない Lucy 法、ADL 法で目立つ現象として、画像の明るさの分布の大まかな傾斜に影響され、PSF がその逆方向に広がる傾向がある。例えば画像下部が明るく、上部が暗い画像では PSF が上に広がる傾向がある。明るさの境界部分の画素にとって、中心画素より下の画素が明るく、推定画像のその部分に重点的に誤差を配分するが、PSF の対応する部分にも誤差を配分する ADL 法を考えればわかるように PSF にはその上部に誤差を配分するから、PSF が上に広がるのではないと思われる。(SMPL 法ではこの現象がほとんどない。)

4.4 広い PSF の収束の遅さ

現状では処理の最初に実際の画像の光の広がりを見て PSF サイズを設定する。ぼけと手ぶれの実際の大きさに満たない PSF の広さでは、正しく収束せず、それより大きい PSF は、収束が非常に遅いという現象があるからである。PSF サイズは、繰返しの一回の処理時間だけでなく、収束に要する繰返し回数にも影響し、実際の処理時間はさらに大きくなる。PSF のサイズを自動設定する方法、広すぎる PSF を断ち切る方法、又は狭すぎる PSF を広げる方法を必要とするかもしれない。収束速度が速ければその必要もなく、適当な広さの PSF で、それより小さな手ぶれに対応するだけでよいかもしれない。(これは、階層化が解決したかもしれない。)

5 画像分割デコンボリューション

PSF は、画像全体で一定ではない。ぼけは、画像内部の物体の距離によって異なり、手ぶれやレンズ収差は、画像の部分によって異なる。そのため画像を分割して処理したほうが、場所によって異なる PSF の影響を避けることができる。画像内部に PSF の違いが見てわかる程度ある場合、分割収束が全体収束よりも通常、容易である。PSF を同一とみなす画像サイズは、その統計によって画像と PSF を推定するだけの十分な広さが必要であり、PSF がその内部で同一とみなせるだけ十分狭い必要がある。画像分割デコンボリューションの概念図を図 10 に示す。

画像を分割するとき、推定画像は、観測画像のサイズに PSF 幅の 1/2 の額縁領域を付加して処理されるが、その額縁部分は、隣接する分割領域の推定画像と重なることになる。分割した領域を独立に処理しては、周辺の処理に問題があると思われ、推定画像はグローバルにして他の隣接する画像領域と共有して、境界を越えて更新処理が行われる方法が望ましい。

画像の分割処理は、部分が常にうまく収束するなら、適当なサイズで独立にやればよいが、それだけではうま

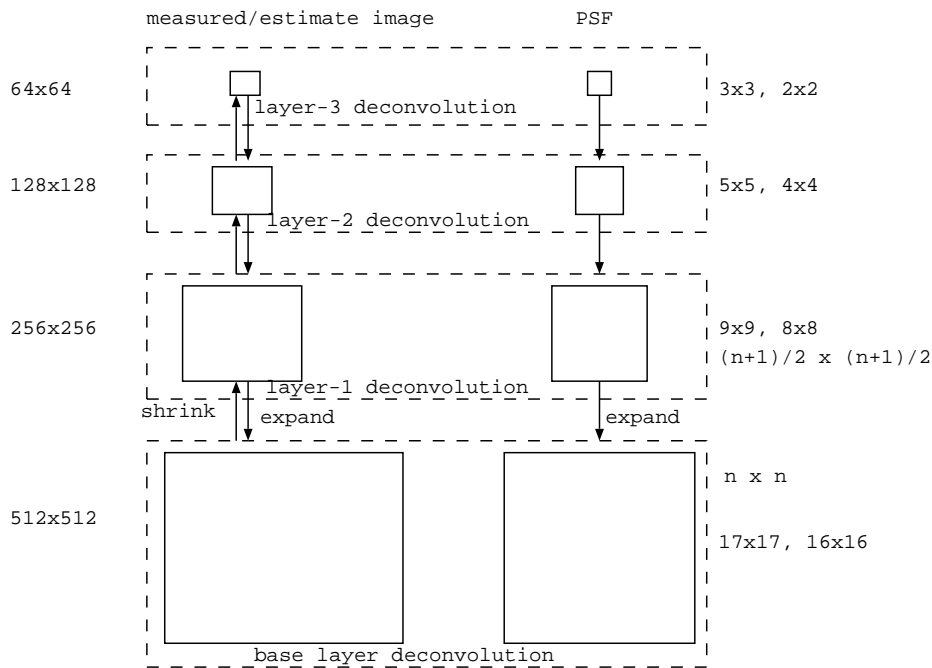


Fig.11 Hierarchical Deconvolution

く行かないことがある。それは、PSF の場所による異なりと相反する性質として PSF の画像内部の変化には連続性があり、近隣は、あまり画像の性質 (PSF) が変わらず、離れていくに従って次第に異なるからである。単純な分割にはその PSF の連続性を保つ性質がない。PSF の連続性確保、または隣接領域の結果の利用が有効かと思わせる。独立に処理しては、隣接領域間で収束後の PSF の違いによって推定画像に切れ目が見えることがあるが、隣接領域の結果の利用は、多少の効果があった。適度に収束した左と上の 2 次元的な隣接領域の PSF を初期値にする方法で PSF 間の連関をとる。しかし逆に、これは、隣接の収斂した PSF の影響で正しく収束しない現象を生み出す。

各領域の PSF を用意し、個々の領域の繰り返しを先に回して、隣の領域の処理に移り、全体画像を処理した後にさらに繰り返すことができるが、個々の領域の繰り返し回数を小さくして、全体での外側の繰り返しを増やしても収束に寄与するということがあまりない。

隣接する領域では、収束後の結果の PSF の違いも小さいことが期待されるが、収束結果は、必ずしもそうはならず、隣接領域での PSF に大きな違いがでることがある。例えば、領域内に平坦な空しか写ってない場合、PSF は、隣接領域と大きく異なる PSF に収束する。画像分割は、隣接 PSF があまり変わらないという PSF 間の連続性を崩しやすい。しかし、これでしかうまく行かない画像もある。

6 階層デコンボリューション

階層デコンボリューションとは、画像を縮小した階層画像における上位 (縮小) から下位への各階層でのデコンボリューション処理の直列接続であり、その目的は、広い PSF の収束性を確保するためである。階層的デコンボリューションの構成を図 11 に示す。

階層デコンボリューションでは、最初に観測画像を順次 1/2 サイズに縮小する。縮小におけるフィルタは、単純な 4 画素平均を使用する。各上位階層は、その下位の画像から縮小した 1/2 のサイズの画像と PSF を扱う。PSF の初期値として上位の処理結果の収束した PSF (と推定画像) を使い、デコンボリューション処理後の収束した PSF を下位の PSF の初期値にする。

1/2 サイズの画像のデコンボリューション処理は、画素数で、1/4 であり、PSF 面積も 1/4 であるから、上位

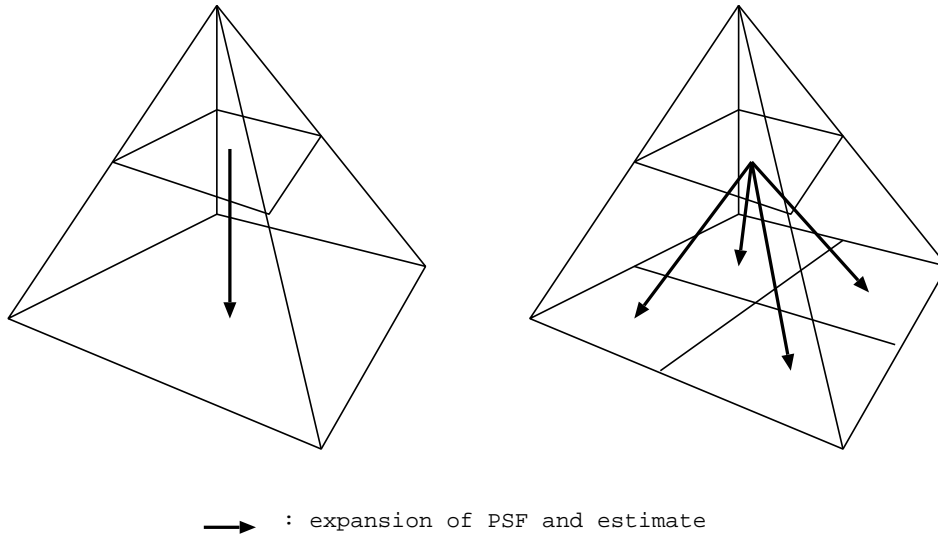


Fig.12 Hiararchical Deconvolution and Hiararchical Division Deconvolution

階層の処理量は、 $1/16$ であり小さい。このことは、画像のデコンボリューションが階層的処理に適していることを表している。

上位階層の収束した PSF を下位階層に拡大するとき、値のある場所そのまま使い、両側値の存在する画素間には両側の平均をとる単純な線形フィルタ処理を使った。これは、単に 4 画素に同じ値を与え拡大するよりも結果がよいことが多かった。推定画像も同様なフィルタ処理によって拡大したものを下位の推定画像の初期値とすることができ、それがよい場合が多いが、結果は一律でなかった。観測画像を初期値とする方法、推定画像を平均して平坦画像をその階層の推定画像の初期値とする方法がよい場合もあった。

上位階層での PSF の対称性を保つために、下位階層の PSF サイズを $n \times n$ のとき上位階層での PSF サイズを $(n+1)/2 \times (n+1)/2$ として $17 \times 17, 9 \times 9, 5 \times 5, 3 \times 3$ を各階層の PSF サイズとすることができる。各階層の PSF サイズを $16 \times 16, 8 \times 8, 4 \times 4, 2 \times 2$ という系列も可能である。PSF サイズが奇数であれば PSF の対称性を保持でき、上位の結果を下位に移すときの重心移動がなくてすむためによい場合が多い。しかし、偶数系列がよい収束を示すこともあり、また、PSF サイズの奇数系列と、各階層の推定画像の初期値を観測画像とする方法の組合せは、デルタ解への収斂が多かった。

階層処理は、推定画像の初期値作成もあるがそれはあまり重要でなく、基本的には PSF の初期値として PSF 概形の作成処理と考えられる。上位の結果の収束 PSF を PSF の初期値として与えることで、広い PSF サイズであっても良好に収束することが多い。しかし、画像の分割処理の必要性は、階層化では解決せず、残された問題であった。

7 画像分割階層デコンボリューション

画像分割と階層化という両処理の一体化が望まれたが、上位の収束を複数の下位に PSF と推定画像を引き継ぐことによって実現した。

最初に順次、 $1/2$ 縮小によって各階層画像を作成する。最上位は、全画像に対応する領域をもち、デコンボリューションを行ったあと、次下の階層の画像に PSF(と推定画像) を拡大して引き継ぐことは、階層デコンボリューションと同じであるが、下位階層が単一ではなく複数の下位階層をとると考える点が異なる。例えば、次の下位階層画像は、 2×2 に分割された上位階層と等しいサイズの 4 つの階層処理とすると、上位処理結果の PSF を拡大して下位の 4 つの分割領域の初期値とし、(推定画像は拡大して分割され分割領域の初期値になる。) 下位階層の隣接領域は、同一の PSF を初期値とする。

この残された問題として、同一階層の隣接する分割領域においてその階層間距離によって初期値 PSF の隔たりが様々であることが欠点となり得ることであろう。また、PSF の継承において、隣接上位の PSF を利用した引き継ぎもあり得るが、それは隣の上位がどの程度関係があるかによると思われる。

階層による分割も、その原因は不明であるが同じ親をもつ子でありながら、収束容易な領域と困難な領域が発生する現象がある。分割せずに全体処理のほうがよい場合がある。これは、困難な領域が容易な領域に全体では引きずられていたからであろう。

8 実験結果

図 13 にデコンボリューションの例を示す。PSF は、画像内の光の筋から初期値を採って与えたものである。この広さの PSF は、ブラインドデコンボリューションではまだ成功しない。左上が観測画像、右上が結果である。左下は、画像周辺処理を改良したもの。右下は、色の処理を輝度のあとに行ったもの。輝度の収束 PSF を $1/2$ に縮小し、Cb での収束と Cr での収束はともにそれを PSF の初期値とし独立した収束処理を 20 回行った。

図 14 に、標準画像 Lena (白黒) の収束を試した。lena は原画像においてもボケが存在し、デコンボリューションによって画像回復できる。図 15 に、標準画像 Barbara (白黒) の画像 2×2 分割によるブラインドデコンボリューション結果である。Barbara には、画像の走査線に乱れがあったこと、左上領域の焦点のボケが多少改善されていることがわかる。

標準画像 lena と Barbara は、デコンボリューションの実験の原画像として使用するにはまだ分解可能な (素因数分解の) 素数でない画像であり、小さなボケなどの実験で、正しいデコンボリューションによって原画像に近付いた後、遠ざかるであろう画像である。

9 参考文献

L. B. Lucy のオリジナル論文。Web で入手可能だった。

(24) L. B. Lucy, "An iterative technique for rectification of observed distributions", The astronomical journal, Vol 79, num 6, June 1974, pp. 745-754.

(25) Matthias Pruksch and Frank Fleischmann, "Positive Iterative Deconvolution in Comparison to Richardson-Lucy Like Algorithms", ASP Conference Series, Vol 145, 1998.

(26) Matthias Pruksch and Frank Fleischmann, "Positive iterative deconvolution with energy conservation", computers and physics, vol 12, no 2, Mar/Apr 1998.

(27) Richard L. White, "Image Restoration Using the Damped Richardson-Lucy Method", ASP Conference Series, Vol 61, 1994.

(28) U. J. Schwarz, "Mathematical-statistical Description of the Iterative Beam Removing Technique (Method CLEAN)", Astron.Astrophys. 65 345-356 (1978).



Fig.13 Blurred photo (left up), the result of deconvolution (psf=24x24)(right up), refinement of of edge process,(left down) and addition of chrominance process (right down)



Fig.14 Lena (left) and the result of deconvolution (psf=3x3)(right).



Fig.15 Barbara (left) and the result of 4 by 4 divisional deconvolution (psf=5x5)(right).



Fig.16 ぼけ画像の改善と失敗例